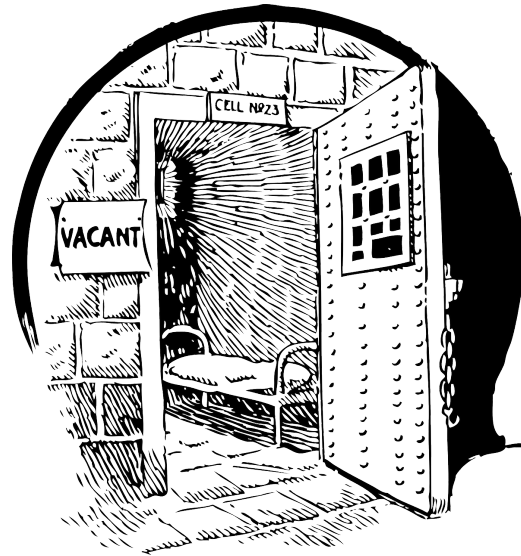


Problème 7: Organisation carcérale (avec calculatrice) / Facile

Edgar se triture les méninges depuis quelques minutes, mais il ne trouve pas de solution à son problème ! Il est directeur de prison, et doit trouver un moyen de loger tous ses prisonniers en perdant le minimum de place.

Il a à sa disposition des cellules d'une place, de trois places ou de cinq places. Ces cellules sont soit normales, soit de luxe. Toutes les cellules de luxe n'offrent qu'une seule place.



Il a par ailleurs trois catégories de prisonniers: les normaux, les importants, et les utilisateurs de SosToMaths (les VIP). Les prisonniers VIP ne peuvent être logés que dans des cellules de luxe individuelles. Les criminels « importants » ne peuvent pas être logés dans des cellules pouvant contenir 5 prisonniers. Les prisonniers normaux, quant à eux, n'ont pas le droit d'être logé dans des cellules de luxe.

Dans la prison, il y a 250 cellules de 5 places, et 2 fois moins de cellules de 3 places. Le nombre total de cellules individuelles vaut $\frac{7}{25}$ du nombre de cellules collectives. Parmi ce total de cellules individuelles, 40% sont des cellules de luxe.

Peut-il accueillir simultanément 1500 prisonniers normaux, 200 prisonniers importants et 20 prisonniers VIP ?

Solution:

Commençons par déterminer le nombre de cellules à la disposition d'Edgar.

Il a 250 cellules de 5 places. Il a 2 fois moins de cellules de 3 places. Il a donc $250/2=125$ cellules de 3 places. Le total de cellules collectives vaut donc 375 cellules. $\frac{7}{25}$ de 375 valent 105. Il y a donc 105 cellules individuelles, dont 40%, c'est-à-dire 42, sont de luxe.

Il a donc:

250 cellules de 5 places
125 cellules de 3 places
63 cellules normales d'1 place

42 cellules de luxe d'1 place

Il a 250 cellules de 5 places —> Il a donc 1250 places où seuls les prisonniers normaux peuvent être logés.

Il a 125 cellules de 3 places et 63 cellules d'une place—> Il a 438 places où peuvent loger les prisonniers normaux et importants.

42 cellules de luxe d'une place --> 42 cellules dans lesquelles doivent être logés les prisonniers VIP et qui peuvent accueillir les prisonniers importants.

Pour commencer, les 20 prisonniers VIP doivent être logés dans des cellules de luxe. Eux peuvent être logés, et il ne reste que 22 cellules de luxe pour loger les prisonniers importants. On peut donc utiliser ces cellules pour loger 22 des 200 prisonniers importants.

Il reste donc 178 prisonniers importants et 1500 prisonniers normaux, ainsi que toutes les cellules sauf les cellules de luxe. Les 1250 places ne pouvant être occupées que par des prisonniers normaux peuvent être directement prises par ceux-ci. Il ne reste donc que 250 prisonniers normaux et 178 prisonniers importants à loger dans des cellules normales de 3 ou 1 places. Les prisonniers normaux et importants peuvent être logés dans ce type de cellules. Or, il reste 428 prisonniers et 438 places.

Edgar a donc suffisamment de cellules pour accueillir tous les prisonniers !